PROGRAMA

PARA INGRESO EN EL

CUERPO DE MAQUINISTAS

DE LA ARMADA

Modificado según Real Orden de 30 de Abril de 1929

Precio: UNA peseta

FERROL

TALLERES TIP. DE «EL CORREO GALLEGO

CALLE REAL, 139 Y 141



PROGRAMA

PARA INGRESO EN EL

CUERPO DE MAQUINISTAS

DE LA ARMADA

Modificado según Real Orden de 30 de Abril de 1929

Precio: UNA peseta

FERROL

TALLERES TIP. DE «EL CORREO GALLEGO»
CALLE REAL, 139 Y 141

PROGRAMA

para ingreso en el Cuerpo de Maquinistas de la Armada, modificado según Real Orden de 30 de Abril de 1929

REAL ORDEN

Los exámenes se regirán por el Reglamento de 31 de Marzo de 1915 "Diario Oficial" número 79, con las aclaraciones introducidas al mismo por Real orden de 22 de Enero de 1926 "Diario Oficial" número 53 y programas aprobados por la misma Real orden, y las Reales órdenes de 1.º de Octubre de 1916 "Diario Oficial" número 224, 19 de marzo de 1917 "Diario Oficial" número 91, 9 de Abril de 1917 "Diario Oficial" número 80, 9 de Diciembre de 1920 "Diario Oficial" número 249 y 9 de Fe- 1920 "Diario Oficial" número 293, 27 de Octubre de 1920, "Diario Oficial" número 249 y 9 de Febrero de 1927 de la Presidencia del Consejo de Ministros "Gaceta de Madrid" número 43.

Empezarán por los ejercicios prácticos de taller, que serán cinco: primero, un trabajo de forja; segundo, un trabajo de fundición;

tercero, un trabajo de ajuste; cuarto, un trabajo de calderería de cobre, y quinto, manejo de las herramientas de mano y mecánicas para metales, que no se hayan empleado en los anteriores ejercicios. Continuarán con los ejercicios siguientes: escritura al dictado, principios de dibujo lineal y examen teóricopráctico de Aritmética, Geometría y Algebra, con arreglo a los programas que se detallan en la Real orden de 22 de Enero de 1926, ya citada anteriormente.

El reconocimiento médico se hará con arreglo a lo dispuesto en la Real orden de 19 de Marzo de 1917 ("Diario Oficial" núm. 91).

Los declarados útiles en el reconocimiento médico deberán entregar al Secretario del Tribunal, antes de comenzar los exámenes, 30 pesetas en concepto de derechos de examen, conforme a lo dispuesto en la Real orden de 2 de Diciembre de 1920 ("Diario Oficial" número 293).

Los requisitos que deben reunir los que deseen tomar parte en las oposiciones, la forma de solicitarlo y todo lo concerniente a los exámenes y normas para adjudicar las plazas se ajustarán a lo dispuesto en el Reglamento ya citado, con las modificaciones introducidas por las diferentes disposiciones mencionadas. Las instancias serán dirigidas al señor Ministro de Marina.

Los exámenes se verificarán en las Comandancias de Marina de Cartagena, Barcelona, Bilbao, Ferrol y Cádiz, en el orden enumera-

do, empezando el día 2 de Septiembre próximo.

Las solicitudes, documentadas, se presentarán en cualquier Comandancia de Marina; el Jefe de ella las cursará al de la que el solicitante designe para ser examinado, y el Comandante de esta última al Ministerio de Marina.

Todos los solicitantes extenderán su solicitud en papel común de la clase octava, a excepción de los militares.

Presentarán su cédula personal (los que deban poseerla), que les será devuelta en el acto, después de hacer la anotación correspondiente en su instancia.

Harán constar en la solicitud su domicilio o Cuerpo en que sirven y en la Comandancia de Marina donde deseen examinarse.

Los paisanos acompañarán a su solicitud los documentos siguientes:

1.º Certificado del acta civil de nacimiento, legalizado, del que se deduzca que el solicitante habrá cumplido los diez y ocho años y no los veintidós el día 31 de Diciembre de 1929 y que es ciudadano español.

2.º Certificado del Registro Central de Penados y Rebeldes.

3.º Certificado de soltería expedido por el Juzgado municipal.

4.º Certificado de buena conducta y de encontrarse en pleno goce de los derechos civiles y políticos compatibles con su edad, expedido por la Autoridad municipal del pueblo de su residencia.

5.° En el caso de pertenecer el solicitante a la Maestranza de los arsenales del Estado, acompañará, además del certificado anterior, otro de buena conducta, expedido por el Jefe del Ramo correspondiente.

Los aspirantes que estén prestando servicio activo en la Armada o en el Ejército acompañarán a sus instancias los documentos siguientes:

1.° Copia certificada de la parte de la libreta u hoja de servicios en que conste: la filiación del individuo, la hoja de castigos, los informes de su conducta y la constancia de no haber contraído matrimonio antes de ingresar en el servicio ni durante éste. De la filiación se ha de deducir que el solicitante habrá cumplido los diez y ocho años y no los veintidós el día 31 de Diciembre de 1929.

Nota importante.—**Los documentos señalados con los números 2.°, 3.°, 4.° y 5.°, para los paisanos, y el señalado con el número 1, para los militares, deberán tener fecha posterior a la de esta convocatoria, sin cuyo requisito no serán válidos.**

Se recomienda muy eficazmente a los Comandantes de Marina autorizados y a los Jefes que deben cursar las solicitudes que no admitan éstas, ni menos las del curso si no son representadas con todos los documentos y requisitos prevenidos. Dichos Comandantes y Jefes enviarán las solicitudes al Ministerio de Marina a medida que les sean presentadas.

El plazo para la presentación de solicitudes

terminará el día 20 de Julio del año corriente.

Al día siguiente, los Comandantes de las cinco Comandancias de Marina autorizadas y los Jefes de los solicitantes militares comunicarán por telégrafo a este Ministerio el número de solicitudes que hayan cursado.

Por las Autoridades de Marina de las provincias y distritos se anunciará esta convocatoria, dándole la mayor publicidad posible.

Por el Presidente del Tribunal se tendrá en cuenta lo prevenido en la Real orden de 17 de Noviembre de 1926 ("Diario Oficial" número 261), cuando se traslade el Tribunal que al efecto se nombre de uno a otro Departamento.

Al terminar los exámenes, y conforme a lo dispuesto en la Real orden de 9 de Febrero de 1927, de la Presidencia del Consejo de Ministros, deberá formularse la propuesta de los candidatos aprobados, por el orden de censuras obtenidas, hasta completar el número de plazas convocadas, formando parte de esta relación, en el lugar que por sus conceptuaciones les corresponda, los aspirantes que tengan reconocido el derecho a los beneficios establecidos por esta Real orden, y únicamente aquéllos que no obtuvieran nota suficiente para figurar en dicha relación serán admitidos fuera de concurso, siempre que hayan conseguido, por lo menos, la calificación mínima que para aprobar se señala.

El promedio de nota mínima que han de ob-

tener todos los opositores al finalizar la oposición para alcanzar plaza ha de ser, por lo menos, la mínima numérica que marca el Reglamento, o sea uno.

Las oposiciones se considerarán finiquitadas con la Real orden que apruebe la propuesta formulada por el Tribunal examinador, y, en consecuencia, quedarán sin curso cuantas peticiones se promuevan para alterar aquélla en cualquier sentido que fuese.

PROGRAMA DE ARITMÉTICA

(Texto: Bruño.)

Papeleta 1.ª—Definiciones preliminares.—Axioma.— Teorema.—Hipótesis.—Corolario.—Aritmética.—Cantidad.— Número.—Medición de una cantidad.—Unidad.—Diferentes clases de números.—Formación de los números.—Numeración.——Numeración verbal.—Numeración escrita.

Papeleta 2.ª—Operaciones de la Aritmética en general.— Adición.— Diferentes casos.—Prueba.—Diferentes modos. Sustracción—Diferentes casos.—Prueba.—Diferentes modos.

Papeleta 3.ª—Multiplicación. — Definiciones. — Teoremas preliminares.—Diversos casos de la multiplicación.—Multiplicar un número cualquiera por un número dígito.—Multiplicación de un número cualquiera por la unidad seguida de ceros.—Multiplicar un número cualquiera por un número formado de un

sólo guarismo significativo seguido de uno o varios ceros.—Producto de varios factores.—Definición. — Teoremas. — Potencias. — Definición. — Teoremas relativos a ellas

Papeleta 4.ª—División. — Definiciones.—Casos de la división: primero, divisor y cociente con números dígitos; segundo, dividendo y divisor polidígitos y el cociente dígito; tercero, dividendo, divisor y cociente números compuestos.—Prueba de la división.—Teoremas.—Dividir un número cualquiera por la unidad seguida de ceros.—Dividir por un número un producto de varios factores.—Dividir una suma por un número.—Cómo se obtiene el conocimiento de dos potencias de un mismo número.

Papeleta 5.ª—Divisibilidad. — Definiciones generales.—Cuando un número divide a otros varios, ¿quién divide?—Cuando un número divide a otros dos, ¿a quién divide?—Corolarios. Cualquier múltiplo de un número, ¿qué divisiones admite?—Todo número que divide al dividendo y al divisor, ¿a quién divide?—Recíproco.—Cuando una de las partes de una suma admite un divisor y la otra no, ¿qué sucede?—Divisibilidad por 10, 100, 1.000 10n.—Divisibilidad por 2-5-4-25-8-125 2n, 5n.—Divisibilidad por 9 y 3.—Divisibilidad por 11.—Caracteres de la divisibilidad por 7 y 13.—Regla.

Papeleta 6.ª—Máximo común divisor y mínimo común múltiplo.—Definición del máximo común divisor.—Probar que el máximo

común divisor de dos números es el mismo que el del menor de ellos y del residuo de su división.—Regla para hallar el m. c. d. de dos números.—Regla para hallar el m. c. d. de varios números.—Todo divisor común a dos o más números divide a su m. c. d.—Cuando se multiplican o se dividen dos o más números por un tercero, ¿qué le sucede a su m. c. d.?—Máximo común divisor de dos o más números cuando están descompuestos en sus factores primos.—Definición del mínimo común múltiplo de dos o más números estando descompuestos en factores primos.

Papeleta 7.ª—Números primos.—Definición de un número primo y de números primos entre sí.—Demostrar que dos números enteros consecutivos son primos entre sí.—Idem que cuando un número primo no divide a otros es primo con él.—Cuando se dividen varios números por su máximo común divisor, ¿cómo son los cocientes?—Recíproco.—¿Cómo se conoce si un número es o no primo?—Formación de una tabla de números primos.—Un número que no es primo admite necesariamente un divisor primo.—La serie de los números primos es limitada.—Si un número divide a un producto de dos factores y es primo con uno de esos, ¿cómo es con respecto al otro?—Cuando un número divide a un producto, ¿a quién divide?—Corolarios.—Cuando un número es primo con otro, ¿cómo es con su producto?—Corolarios.—Cuando un número es divisible por otros números que son primos entre sí de dos en dos, ¿por quién es también divisible?—Corolarios.

Papeleta 8.ª—Aplicaciones de la teoría de los números primos.—Descomposición de un número en factores primos.—Definición.—Demostrar que todo número que no es primo puede siempre descomponerse en factores primos.—Demostrar que no puede descomponerse más que en un solo sistema de factores primos.—Regla y práctica de la operación.—Regla y métodos para hallar los divisores de un número.—Regla para saber, sin hallarlos, cuántos divisores tiene un número.—Método para encontrar todos los divisores comunes a varios números.

Papeleta 9.ª—Propiedades de los números.—Definición de quebrados y su división.—Definiciones generales. — Comparaciones entre quebrados de igual numerador.—Idem entre los de igual denominador.—¿Qué alteraciones sufren los quebrados cuanto se multiplican o se dividen algunos de sus términos por un número? — Quebrados irreducibles. — ¿Cómo son sus términos y cómo los de uno equivalente?—Reducción de quebrados: su objeto y número de ellos.—Reglas para operar en cada uno de los casos.—Reducción de quebrados al mismo denominador común.—¿Qué alteraciones sufre en su valor un quebrado cuando a sus dos términos se les suma o resta un mismo número?—Corolarios.—¿Qué alteraciones su-

fre en el mismo caso una expresión fraccionaria.—Corolarios.

Papeleta 10.—Operaciones que se ejecutan con los quebrados.—Adicción.—Casos que se presentan en la adición de quebrados.—Reglas para efectuar las operaciones en cada uno de los casos.—Sustracción.—Casos que se presentan y reglas para operar en cada caso.—Multiplicación.—Casos que en ella se presentan y modo de operar en cada caso.—Quebrados de quebrados. Teoremas relativos a la multiplicación de quebrados—División—Casos que se presentan en la división de quebrados y reglas para operar en cada caso.

Papeleta 11.—Quebrados decimales. — Definición de quebrados decimales.—Numeración decimal.—Reglas para representar por escrito los números decimales.—Reducciones de los quebrados decimales.—Aplicación de los principios de la numeración de enteros y decimales.—Propiedades de los números decimales.—Operaciones que se ejecutan con los números decimales.—Regla de adición.—Sustracción.—Regla.—Multiplicación.—División.—Casos que se presentan y reglas para operar en cada caso.—Valuación de un cociente en decimales.

Papeleta 12.—Quebrados periódicos.—Definición de los quebrados periódicos.—Su origen y división.—Número de cifras del período.—¿Qué condición es necesaria y suficiente para que un quebrado ordinario se pueda convertir en quebrado decimal exacto?—Buscar las fracciones generatrices de los quebrados periódicos simples menores y mayores que la unidad.—Observaciones.—Buscar las fracciones generatrices de los quebrados periódicos mixtos menores y mayores que la unidad.—Observaciones.—Corolarios y observaciones sobre él.—¿Cuáles son los quebrados irreducibles que dan origen a los decimales periódicos simples?—¿Cuáles son los que dan origen a los quebrados decimales periódicos mixtos?—Ejemplos.



Papeleta 13.—Cuadrados y raíces cuadradas. Definiciones generales.—Cuadrado de un número que termina en ceros.—Cuadrado de la suma de dos números.—Diferencias entre los cuadrados de dos números consecutivos.—Corolarios.—Producto de varios radicales cuadrados.—Corolarios.—Raíz cuadrada de un suma y de un cociente.—¿Qué condición es necesaria y suficiente para que un número sea cuadrado perfecto?—¿Qué números dejan de ser cuadrados perfectos?—Raíz cuadrada de un número entero con aproximación de una unidad. Casos que se presentan.—Regla para extraer la raíz cuadrada de un número.—Resíduos y aproximaciones de la raíz.—Raíz cuadrada de quebrados.—Casos que se presentan.—Cuadrado y raíz cuadrada de números decimales.

Papeleta 14.—Cubos y raíces cúbicas.—Definiciones generales.—Cubo de un número que termina en ceros.—Cubo de la suma de dos números.—Diferencia entre los cubos de dos números consecutivos.—Corolarios.—Produc-

to de varios radicales cúbicos.—Corolarios.—Raíz cúbica de una suma y de un cociente?—¿Qué condición es necesaria y suficiente para que un número sea cubo perfecto?—¿Cuál para que lo sea un quebrado irreductible?—¿Se puede conocer si un número es o no cubo perfecto por la última cifra de la derecha?—Raíz cúbica de un número entero con aproximación de una unidad.—Casos que se presentan.—Regla para extraer la raíz cúbica de quebrados.—Casos que se presentan.—Cubo y raíz cúbica de números decimales.

Papeleta 15.—Sistema métrico decimal.—Nociones generales.—Medidas de longitud, unidad, múltiplos y submúltiplos.—Medidas de superficie.—Clases.—Unidades, múltiplos y submúltiplos.—Medidas de volumen, unidad, múltiplos y submúltiplos. Medidas de capacidad, unidad, múltiplos y submúltiplos.—Medidas de peso, unidad oficial, ídem usual, múltiplos y submúltiplos.—Relaciones que existen entre las diversas unidades y medidas métricas.—Densidad de los cuerpos.—Hallar el peso de un cuerpo, dado su volumen y su densidad.—Recíproco.—Dada la capacidad, hallar el volumen de un cuerpo y su densidad; hallar su peso.—Recíproco. — Sistema monetario; unidades, múltiplos y submúltiplos.—Ley y liga de las monedas.

Papeleta 16.—Números complejos e incomplejos.—Definiciones.—División del tiempo.—Idem de la circunferencia.—Reducciones de los números complejos.—Reducción descen-



dente.—Reducción ascendente. — Operaciones que se ejecutan con los números complejos.—Adición.—Regla. — Sustracción. — Regla.—Multiplicación. — Regla. — División. — Reglas.

Papeleta 17.—Razones y proporciones.—Razones.—Definiciones generales.—Proporciones sistemáticas.—Idem geométricas. — Definiciones generales.—En toda proporción aritmética, ¿a quién es igual la suma de los extremos?—Si la suma de dos números es igual a la de otros dos, ¿qué sucede?—¿A quién es igual el cuarto término de una proporción aritmética?—Proporciones geométricas.—¿A quién es igual el producto de extremos?—¿Qué sucede cuando el producto de dos números iguala al de otros dos?—¿De cuántos modos pupede formarse una proporción?—¿A quién es igual un extremo o un medio?—¿Qué es media proporcional?—Principales propiedades de las proporciones.

Papeleta 18.—Regla de tres e interés simple y compuesto.—Cantidades directa e inversamente proporcionales.—Regla de tres.—Definición y divisiones.—Regla de tres simple.—Método de resolverla.—Regla de tres compuesta; su resolución.—Resolución de ambas reglas por el método de reducción a la unidad.Regla de interés.—Definiciones de capital, interés, usura, tanto por ciento y tiempo.—Interés simple.—Fórmula para la resolución de los diferentes casos que pueden presentarse.—Idem

idem sobre los problemas de vencimiento.—Interés compuesto.—Deducción de la fórmula general para la resolución de los diversos casos que pueden presentarse.

Papeleta 19.—Repartimientos proporcionales y regla de compañía.—Definiciones de repartimiento proporcional simple y compuesto.—Caso general simple.—Fórmulas para su resolución.—Casos que pueden presentarse.—Repartimiento proporcional compuesto.—Regla de compañía.—Su objeto y división.—Método para resolverla.—Regla del término medio.—Su resolución.

Papeleta 20.—Reglas de mezcla y aligación. Regla de mezcla.—Su objeto.—Casos que pueden presentarse y método para resolverlos.—Regla de aligación. — Definiciones de liga, amalgama, ley.—Casos que pueden presentarse y método para resolverlos.

PROGRAMA DE ALGEBRA

(Texto: Bruño.)

Papeleta 1.ª—Definiciones preliminares.—Números algebraicos.—Clases.—Su presentación.—Operaciones con los números algebraicos.—Signos que se emplean.—Suma de varios números de un mismo signo.—Suma de varios números positivos y negativos.—Sustracción.—Número mayor que otro.—Idem menor. — Consecuencias. — Multiplicación.—Casos que se presentan y signo del producto.

Producto de una suma por un número y de una suma por otro.—Potencias de los números algebraicos. — División. — Regla. — Fracciones algebraicas.

Papeleta 2.ª — Adición. — Substracción.—Multiplicación. — Expresión algebraica.—Clases. — Fórmulas. — Término. — Grado.—Monomio. — Binomio. — Polinomio. — Grados.—Valor numérico de una expresión algebraica.—Expresiones equivalentes. — Términos semejantes.—Su reducción.—Adición de monomios. Idem de polinomios.—Operaciones en las que entran paréntesis.—Multiplicación.—Idem de monomios.—Idem de polinomios.—Número de términos de un producto.—Fórmulas notables. Cuadrado de un polinomio.

Papeleta 3.ª—División. — Definición. — División de un monomio por otros.—Reglas y observaciones.—División de un polinomio por un monomio.—Regla.—División de un polinomio por otro.—Regla.—Casos de imposibilidad.—Exponente cero y exponentes negativos. Divisibilidad por **(x-a)**.—Definición.—Respecto de la división de un polinomio entero en **x** por **x-a)**.—Corolarios.—Regla para encontrar, sin efectuar la operación, los cocientes de la suma o diferencia de potencias por la suma o diferencia de raíces.—Cociente de la división de un polinomio entero en **x** por **(x-a)**.—Cómo se obtiene el coeficiente de un término cualquiera del cociente.

Papeleta 4.ª—Descomposición en factores.—

Su objeto.—Procedimiento que se emplea.—Fracciones algebraicas. — Simplificación.—Reducción a un común denominador.—Operaciones con fracciones.—Adición.—Resta.—Multiplicación.—División.—Regla para operar en cada uno de los casos.—Fórmulas singulares.—Interpretación de esta fórmula.—Verdadero valor de las formas indeterminadas.

Papeleta 5.ª—Ecuaciones de primer grado.—Identidad y ecuación.—Distintas clases y grados de ecuaciones.—Raíces.—Resolución de ecuaciones.—Ecuaciones equivalentes.—Principios generales acerca de ecuaciones.—Consecuencias.—Regla para la resolución de una ecuación de primer grado con una incógnita.—Ejemplos.—Discusión.

Papeleta 6.ª—Sistema de ecuación.—Ecuaciones simultáneas.—Resolución de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.—Procedimientos de eliminación.—Discusión de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Sistemas de incógnitas.—Sistemas indeterminados.

Papeleta 7.ª—Planteamiento y resolución de ecuaciones.—Artificio de cálculos.—Planteamiento, resolución y discusión de un sistema de ecuaciones de primer grado.—Casos de imposibilidad e indeterminación.—Interpretación de los valores negativos.—Principios de Descartes.—Problemas de los móviles; discusión.

Papeleta 8.ª—Desigualdades e inecuaciones. Desigualdad.—Inecuación. — Propiedades de

las desigualdades numéricas.—Consecuencias. Principios acerca de las inecuaciones—Desigualdades simultáneas.—Sistemas de inecuaciones de primer grado con una incógnita.—Su resolución.—Inecuaciones incompatibles.

Papeleta 9.ª—Radicales y exponentes fraccionarios.—Raíz cuadrada de una cantidad.—Idem nª de una cantidad.—Producto de dos radicales del mismo índice.—Elevar un radical a una potencia.—Cociente de dos radicales del mismo índice.—Extraer la raíz nª de un radical.—Resultado de multiplicar y dividir por un mismo número el índice y el exponente de la cantidad subradical.—Observación.—Introducir un número dentro de un radical.—Sacar un factor fuera del radical.—Reducción de radicales al mismo índice.—Simplificación de un radical.—Radicales semejantes.—Hacer racional el denominador de una fracción.—Cantidades imaginarias.—Exponentes fraccionarios.—Demostrar que se puede a éstos aplicar las mismas reglas que a los enteros.

Papeleta 10.—Ecuaciones de segundo grado.—Formas que pueden afectar las ecuaciones de segundo grado.—Resolución de una ecuación de segundo grado con coeficiente en el término x2.—Completa.—Valor de las raíces.—Resolución de las incompletas del mismo grado.—Valores de las raíces.—Resolución de una completa cuando el coeficiente del segundo término es par.—Valores de las raíces.—Resolución de los mismos cuando el coeficiente del término en x2 es 1.—Valores de las raí-

ces.—Demostrar que todo número algebraico tiene dos raíces.—Discusión de las raíces de las ecuaciones de segundo grado.—Propiedades de las raíces.—Corolarios.—Ejemplos.

Papeleta 11.—Ecuaciones irreducibles a segundo grado.—Ecuaciones bicuadradas.—Definición.—Formas que afectan.—Resolución.—Formas que afectan.—Resolución.—Número y clases de raíces que tienen.—Transformación de las ecuaciones de la forma:

$$\sqrt{A} \pm \sqrt{B}$$

Procedimientos para resolverlos.—Ecuaciones recíprocas.—Definiciones.—Clases de ecuaciones de este género.—Formas que afectan.—Método para conocer si una ecuación es o no recíproca.—Método de resolución de las mismas.—Ecuaciones binomias. — Definición.—Forma general.—Regla para resolverlas.—Número y clases de sus raíces.—Ecuaciones trinomias.—Su forma y resolución.—Número y clases de sus raíces.

Papeleta 12.—Ecuaciones con varias incógnitas.—Problemas de segundo grado.—Resolver un sistema de ecuaciones de segundo grado con dos incógnitas.—Procedimiento general para resolverlas.—Ecuaciones a resolver por medio de artificio de cálculo.—Ejemplos.—Dada la suma de a2 de los cuadrados de dos números y su producto b2 hallar cada uno de estos números.—¿En qué se fundan la mayoría de estos artificios de cálculo?—Planteamiento,



resolución y discusión de los problemas de segundo grado.—Ejemplos.

Papeleta 13.—Análisis combinatorio. — Potencias y raíces.—Definición de ordenación, permutación y combinación.—Cálculo del número de ordenaciones.—Idem del de permutaciones.—Idem de combinaciones.—Demostrar que

$$C_m^n = C_m^{m-n}$$

¿Cómo se forma el producto de **m** factores binarios?—Potencia **m** de un binomio.—Fórmula del binomio de Newton.—Término general. Términos extremos.—Demostrar que los coeficientes de los términos equidistantes de los extremos son iguales.—Regla para hallar el coeficiente de un término cualquiera del desarrollo.—Valor de la suma de los coeficientes de la potencia de un binomio.—Elevar un polinomio a una potencia.—Raíz cuadrada de un polinomio entero en **x**.—Regla y observaciones.

Papeleta 14.—Progresiones; definición de progresiones.—Progresión aritmética.—Valor de un término cualquier de la progresión.—Suma de los términos equidistantes de los extremos.—Suma de los términos de una progresión.—Medios aritméticos. — Interpolar **m** medios aritméticos entre dos términos de una progresión. — Observaciones. — Progresiones geométricas.—Valor de un término cualquiera.—Producto de dos términos equidistantes

de los extremos.—Valor de producto de los términos de una progresión geométrica.—Valor de la suma de sus términos.—Discusión.—Límite que tiene dicho valor.—Interpolar m medios geométricos entre los cuadrados de progresión. — Observaciones.—Suma de los cuadrados de los m primeros números.

Papeleta 15.—Logaritmos.—Definiciones.—Propiedades.—Definición de logaritmos.—Su origen y formación.—Diferentes sistemas de logaritmos.—Logaritmo de un producto.—Idem de un cociente.—Idem de una potencia raiz.—Naturaleza y propiedades de los logaritmos.—Logaritmo de la base.—Logaritmo de la unidad y de la unidad seguida de ceros.—Característica y mantisa.—Logaritmo de un número entero.—Idem de los números menores que la unidad.—Logaritmo de una fracción ordinaria, de una decimal, de una que tenga parte entera y parte decimal.—Suma y resta de logaritmos.—Complemento logarítmico.—Multiplicación y división de logaritmos por un número entero o fraccionario.—Casos que pueden presentarse y reglas para cada caso.

Papeleta 16.—Logaritmos.—Ecuaciones expotenciales.—Descripción y manejo de las tablas de Vázquez Queipo.—Dado un número hallar su logaritmo.—Casos que se presentan y modo de resolverlos.—Dado un logaritmo hallar el número correspondiente.—Casos que pueden presentarse.—Ecuaciones expotenciales.—Definiciones.—Formas que afectan.—Su resolución.—Interés compuesto.—Definiciones.



Deducción de la fórmula general.—Cálculo del capital, tanto por ciento y tiempo.—Observaciones.

PROGRAMA DE GEOMETRIA

(Texto: **Bruño.**)

Papeleta 1.ª — Definiciones preliminares.—Cuerpo sólido o geométrico.—Superficie.—Línea.—Punto.—Invariabilidad de las figuras.—Desalojamiento y generación de las figuras.—Axioma. — Postulado. — Teorema. — Solución. — Proposición. — Hipótesis. — Consecuencia. — Conclusión. — Proposiciones recíprocas.—Línea recta.—Noción.—Postulado de la recta.—Propiedades.—Semirrecta.—Segmento rectilíneo.—Igualdad, adición y longitud de segmentos.—Distancia entre dos puntos.—Línea poligonal.—Línea curva.—Superficie plana.—Postulado de la superficie plana.—Propiedades del plano.—Semiplano.—Superficie curva.—Línea convexa.—Superficie convexa.—Objeto y división de la Geometría.

Posiciones relativas de las rectas y de los planos.—Determinación del plano.—Generación del plano.—Rectas y planos paralelos.—Rectas paralelas.—Toda paralela a una recta de un plano es paralela a este plano.—Si una recta y un plano son paralelos, todo plano trazado por la recta y que corte al primer plano tendrá su intersección paralela a la recta dada.—Dada una recta y un plano paralelos, si se traza una paralela a la recta por un punto

cualquiera del plnao, la línea así trazada está situada en el plano.—Toda recta paralela a dos planos que se cortan lo es también a su intersección.—Cuando dos planos trazados por dos rectas paralelas se encuentran, su intersección es paralela a estas dos.—Posiciones relativas de una recta y del plano.—Planos paralelos.—Definición.—Para que dos planos sean paralelos se necesita y basta que uno de ellos contenga dos rectas concurrentes paralelas al otro plano.—Corolario.—Posiciones relativas de dos planos.—Si dos rectas son paralelas, todo plano que corte a una de ellas corta a la otra. Dos rectas paralelas a una tercera son paralelas entre sí.

Papeleta 2.ª—Angulos.—Definición.—Angulos adyacentes.—Adición y generación de los ángulos.—Angulo de una vuelta.—Divisibilidad.—Angulos complementarios y suplementarios.—Un ángulo formado por dos semirrectas opuestas es igual a dos ángulos rectos.—Recíproco.—Corolario.—Si dos ángulos adyacentes son suplementarios, sus lados exteriores son opuestos y sus bisectrices forman ángulo recto.—Angulos opuestos por el vértice.—Definición.—Dos ángulos opuestos son iguales.

Segmentos rectilíneos entre planos rectilíneos.—Angulos de dos rectas.—Definición.—Dos ángulos cuyos lados son ,respectivamente, paralelos, son iguales o suplementarios, y sus planos son paralelos.—Recta y planos perpendiculares.—Recta perpendicular a un plano. Definiciones.—Toda recta perpendicular a otras dos rectas trazadas por su pie en el pla-



no, es perpendicular a dicho plano.—Plano perpendicular a una recta.—Desde un punto tomado fuera de un plano se puede bajar una perpendicular sobre dicho plano.—Por un punto tomado sobre un plano se puede levantar una perpendicular a este plano.—Si dos rectas son paralelas, todo plano perpendicular a una de ellas lo es igualmente a la otra.

Papeleta 3.ª—Rectas perpendiculares.—Por un punto tomado en una recta o fuera de ella se puede levantar o bajar una perpendicular.—Dos rectas perpendiculares a una tercera no tienen ningún punto común.—Posición relativa de dos rectas de un plano.—Rectas paralelas. Definición.—Por un punto se puede trazar una paralela a una recta dada y no se puede trazar más que una.—Si dos rectas son paralelas cualquier recta perpendicular a una de ellas lo es igualmente a la otra.—Las perpendiculares levantadas a dos rectas concurrentes son concurrentes.

Dos rectas perpendiculares a un mismo plano son paralelas entre sí.—Si dos planos son paralelos, toda recta perpendicular a uno de ellos lo es igualmente al otro.—Corolario.—Dos planos perpendiculares a una misma recta son paralelos.—Una recta y un plano perpendiculares a una misma recta son paralelos entre sí.—Perpendiculares oblícuas.—Si desde un punto tomado fuera de un plano se baja a éste una perpendicular y varias oblícuas: primero, la perpendicular es menor que cualquier oblícua; segundo, las oblícuas cuyos pies se aparten igualmente del pie de la perpendicular

son iguales; tercero, de dos oblícuas, la mayor es aquella cuyo pie se separa más del pie de la perpendicular.—Corolarios.—Teoremas de las tres perpendiculares.

Papeleta 4.ª—Definición de los ángulos que forman dos rectas cortadas por una tercera.—Si los ángulos alternos-internos son iguales, las rectas son paralelas.—Recíproco.—Angulos cuyos lados son paralelos o perpendiculares.—Definición.—Dos ángulos que tienen sus lados, respectivamente, paralelos o perpendiculares son iguales o suplementarios.—Simetría en un plano.—Puntos simétricos con relación a un punto dado.—Figuras simétricas con relación a un centro.—Dos figuras situadas en un mismo plano y simétricas con relación a un punto de este plano son iguales.—Relación entre dos figuras simétricas con relación a un punto y situadas en un mismo plano con este punto.—Simetría con relación a una recta.—Definición.—Figuras simétricas con relación a un eje.—¿Cuándo dos figuras son inversamente iguales?—Dos figuras simétricas con relación a un eje son inversamente iguales.—Relaciones métricas y gráficas.

Angulos diedros.—Definición.—Igualdad.—Diedros adyacentes.—Adición de los diedros.—Divisibilidad de los diedros.—Diedro recto.—Angulo plano de un ángulo diedro.—Dos diedros iguales tienen ángulos planos iguales.—Dos diedros que tienen ángulos planos iguales son iguales.—La relación de dos ángulos diedros es la misma que la de sus ángulos planos. El ángulo plano de un diedro recto es plano.—



Planos perpendiculares.—Si una recta y un plano son perpendiculares, todo plano, etc.—Corolario.—Si dos planos son perpendiculares toda recta, etc.—Si dos planos son perpendiculares y por un punto del primero se traza una recta perpendicular al segundo, etc.—Si dos planos que se cortan son perpendiculares a un tercero, su intersección etcétera.

Papeleta 5.ª—Triángulos.—Definición. — La suma de los tres ángulos de un triángulo es igual a dos ángulos rectos.—Consecuencias.—En un triángulo isósceles los ángulos opuestos a lados iguales son iguales.—Recíproco.—En un triángulo cualquiera el mayor lado está opuesto al mayor ángulo.—Recíproco.—Cada lado de un triángulo es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia.—Proyecciones.—Proyección de una recta.—Si desde un punto tomado fuera de una recta se baja a ésta una perpendicular y varias oblícuas...—Consecuencias.—Mediatriz de un segmento rectilíneo.—Todo punto tomado en la mediatriz de una recta está igualmente distante de los extremos de esta recta.—Simetría en el triángulo isósceles.

Proyección de una figura.—Definiciones.—La proyección de una recta es otra recta.—Angulo de una recta y de un plano.—Definición. El ángulo que forma una recta con su proyección sobre un plano es menor que el ángulo que forma con cualquier otra recta trazada por su pie en este plano.—Si una recta se mueve sobre una de las caras de un diedro, el ángulo que forma con su proyección sobre la otra cara

es el máximo cuando esta recta es perpendicular a la intersección de los dos planos.—Distancia entre dos rectas.—A dos rectas cualesquiera en el espacio se les puede trazar una perpendicular común, y una solamente, y esta perpendicular es la más corta distancia de las dos rectas.

Papeleta 6.ª—Igualdad de los triángulos.—Teoremas contrarios.—Recíproco. — Igualdad de los triángulos rectángulos.—Lugar geométrico.—Teorema contrario.—Paralelas a los lados de un triángulo.—Dos rectas paralelas comprendidas entre otras dos paralelas son iguales.—Corolario.—Si por un punto medio del lado de un triángulo se traza una paralela al tercer lado, esta paralela pasa por el punto medio del segundo y es igual a la mitad del tercero.—Propiedades de las mediatrices, alturas, medianas y bisectrices de un triángulo.

Simetría en el espacio.—Simetría con relación a un eje.—Definición.—Dos figuras simétricas con relación a un eje con sobreponibles. Simetría con relación a un centro o a un plano.—Definiciones.—Si dos figuras son simétricas con relación a un plano se puede colocar de tal manera que sean simétricas con relación a un centro tomado arbitrariamente en dicho plano.—Recíproco.—Teorema de Bravais.—La figura simétrica de un segmento rectilíneo es un segmento igual.—Una figura plana cualquiera tiene por simétrica otra figura plana igual a la primera.

Papeleta 7.ª—Cuadrilátero. — Definiciones. Paralelógramo.—Los lados opuestos y ángu-



los de un paralelógramo son iguales.—El cuadrilátero que tiene sus lados opuestos iguales es un paralelógramo.—Todo cuadrilátero que tiene sus ángulos opuestos iguales es un paralelógramo.—Todo cuadrilátero que tiene dos lados iguales y paralelos es un paralelógramo. Las diagonales de un paralelógramo se cortan por la mitad.—Recíproco.—Las diagonales de un rombo se cortan en ángulo recto.

Angulos sólidos o poliedros.—Definiciones. Diedros.—Definición.—Toda cara de un tiedro es menor que la suma de las otras dos y mayor que su diferencia.—La suma de las caras de todo ángulo sólido convexo es menor que cuatro ángulos rectos.—Diedros suplementarios.—Definición.—Si por el vértice de un tiedro se lleva a cada cara una perpendicular situada del mismo lado que la arista opuesta se forma un tiedro suplementario del primero. En todo tiedro, la suma de los ángulos diedros es mayor que dos rectos y menor que seis.

Papeleta 8.ª—Trapecio.—Propiedades de la recta que une los puntos medios.—Igualdad de paralelógramos.—Polígonos cualesquiera.—Relaciones entre los ángulos.—Relaciones entre los lados.—Igualdad de los polígonos.—Recíproco.

Igualdad de los tiedros.—Propiedades de los poliedros.—Definiciones.—El prisma.—Definiciones.—Las secciones hechas en un prisma por planos paralelos son polígonos iguales.—Sección recta.—Definición.—Todas las secciones rectas de un prisma son paralelas e iguales.—Descomposición de un prisma en prismas

triangulares.—Dos prismas rectos de igual base y altura son iguales.—Area del mismo.—Definición.—Superficie lateral de un prisma.

Papeleta 9.ª—Circunferencia. — Definiciones.—Simetría con relación al centro.—Diámetro.—Simetría con relación a los diámetros.—Circunferencias iguales.—Arcos.—Medida de los arcos.—Correspondencia entre los arcos y los ángulos en el centro.—Correspondencia entre los arcos y sus cuerdas.—Posiciones relativas de una circunferencia y un punto. Posiciones relativas de una circunferencia y una recta.

Paralelepípedos. — Definición.—Las caras opuestas de un paralelepípedo son iguales y paralelas.—Toda sección plana que encuentra cuatro aristas paralelas de un paralelepípedo es un paralelógramo.—Las diagonales de un paralelepípedo se cortan en su mitad.—En un paralelepípedo rectángulo el cuadrado de la diagonal es igual a la suma de los cuadrados de las tres dimensiones.—Pirámide. — Definiciones.—Secciones paralelas a la base.—Si dos pirámides tienen igual altura, las secciones hechas a igual distancia de los vértices, paralelamente a las bases, son entre sí como la misma base.—Pirámides iguales.—Area de la pirámide.—Idem de un tronco de pirámide regular.

Papeleta 10.—Secantes.—Definición. — En un mismo círculo o en círculos iguales, primero, dos cuerdas iguales están igualmente distantes del centro; segundo, la mayor cuerda está más cerca del centro.—Recíproco.—Tangentes.—Definición.—Toda recta perpendicular al extremo de un radio es tangente a la cir-

cunferencia. — Recíproco. — Corolarios.—Diámetro.

Volumen de los poliedros. — Definición.—Todo prisma oblicuo es equivalente al prisma recto que tiene por base la sección recta del prisma y por altura su arista lateral.—Volumen del paralelepípedo rectángulo.—Los volúmenes de dos paralelepípedos rectángulos de la misma base son entre sí como las alturas.—Dos paralelepípedos rectángulos de igual altura son entre sí como sus bases.—Dos paralelepípedos rectángulos son entre sí como los productos de las bases por las alturas.—Volumen del paralelepípedo rectángulo.—Idem de un paralelepípedo recto.—Idem de un paralelepípedo cualquiera.

Papeleta 11.—Posiciones relativas de dos circunferencias.—Angulos en el centro.—Medida de un ángulo en el centro.—Angulo del segmento.—Su medida.—Angulo inscrito y su medida.—Angulo cuyo vértice no está en la circunferencia en medida.—Cuadrilátero inscrito en una circunferencia.—Definición.—En un cuadrilátero inscrito los ángulos opuestos son suplementarios.—Recíproco.

Volumen del prisma.—El plano trazado por las aristas opuestas de un paralelepípedo divide a este sólido en dos prismas triangulares equivalentes.—Volumen de un prisma cualquiera.—Volumen de la pirámide.—Lema.—Dos pirámides de gran altura y de bases equivalentes son equivalentes.—Cualquier prisma triangular se puede descomponer con tres pirámides equivalentes.—Volumen de una pirá-

mide cualquiera.—Expresar el volumen del tetraedro regular en función de su arista.—Dos tetraedros que tienen un ángulo sólido igual son entre sí como los productos de las aristas que comprende este ángulo.

Papeleta 12.—Construcciones geométricas.—Instrumentos.—Problemas con relación a las rectas y a los ángulos.—Angulos.—Triángulos.—Tangentes.—Inscribir una circunferencia en un triángulo.—Describir una circunferencia tangente a tres rectas que se cortan dos a dos. Inscribir sobre una recta dada como cuerda un segmento capaz de un ángulo dado.

Volumen de un poliedro cualquiera.—Volumen del trozo de pirámide.—Teorema.—Trozo triangular.— Volumen del trozo de prisma.—Escolios.

Papeleta 13.—Figuras semejantes.—Relaciones numéricas entre segmentos rectilíneos.—Teorema de las rectas paralelas.—Dividir una recta dada en un número cualquiera de partes iguales.—Varias rectas paralelas dividen dos secantes en partes proporcionales.—Toda paralela a un lado de un triángulo divide en una misma relación a los otros dos lados.—Recíproco. Teorema de Tales.—Triángulos semejantes.—Teoremas de las rectas concurrentes.

Poliedros semejantes. — Definición. — Sus propiedades.—Los volúmenes de dos poliedros semejantes son entre sí como los cubos de sus dimensiones homólogas.—Todo plano paralelo a la base de una pirámide determina una nueva pirámide semejante a la primera.—Casos de la semejante de dos tetraedros.

Papeleta 14.—Relaciones métricas en el triángulo.—Medias proporcionales. — Aplicación a la circunferencia.—Teorema de Pitágoras.—Valor del cuadrado de un lado opuesto a un ángulo de un triángulo agudo u obtuso.—Suma o diferencia de los cuadrados de los lados.—Propiedades de las bisectrices en los ángulos de un triángulo.—Relaciones métricas en el círculo.—Los tres cuerpos redondos.—Preliminares.—Cilindro de revolución.—Superficie.—Volumen.—Trozo de cilindro de revolución.—Superficie y volumen.—Cilindro cualquiera.—Superficie y volumen.

Papeleta 15.—Problemas con relación a los segmentos proporcionales. — Construcción de los segmentos.—Dividir una recta dada en partes proporcionales, etc.—Hallar una cuarta proporcional a tres rectas dadas.—Observaciones. Hallar una media proporcional entre dos rectas dadas.—Verificación.—Dividir una recta en media y entrema razón.—Expresar la longitud de la media razón en función de la recta dada. — Similitud. — Generalidades. — Definición.—Triángulos semejantes.

Cono de revolución.—Definición.—Superficie lateral.—Volumen.—Superficie lateral de un tronco de cono de revolución.—Teorema de Arquímedes.—Cono cualquiera.

Papeleta 16.—Polígonos regulares convexos. Definiciones.—Cuando una circunferencia está dividida, etc.—Escolio.—A todo polígono regular se le puede circunscribir una circunferencia.—En todo polígono regular se puede inscribir una circunferencia.—Polígonos es-

trellados. — Definiciones. — Polígonos regulares inscritos.—Inscribir un cuadrado en un círculo dado.—Escolios.—El lado del hexágono regular inscrito es igual al radio del círculo circunscrito.—Corolarios. — Escolios.—El lado del decágono regular inscrito, etc.– Escolios.—Inscribir en un círculo dado un pentadecágono regular, etc.—Escolio.—El lado del pentágono regular inscrito es la hipotenusa, etcétera.—Escolio.—Construir el lado del decágono y el del pentágono regulares.—Polígonos semejantes.—Relaciones entre los polígonos inscritos y circunscritos.—Relación entre dos polígonos inscritos.—Relación entre dos polígonos isoperímetros.

La esfera.—Definiciones. — Cualquiera sección plana de una esfera es un círculo.—Plano tangente a la esfera.—Definición.—Todo plano perpendicular a la extremidad de un radio de una esfera es tangente a esta esfera.—La intersección de dos esferas es un círculo, y la línea de los centros es perpendicular al plano de este círculo, y pasa por su centro.—Hallar el radio de una esfera dada.—Por cuatro puntos que no están en un mismo plano pasa una esfera y sólo una.

Papeleta 17.—Longitud de la circunferencia Definición.—Cuando se duplica indefinidamente el número de los lados de dos polígonos semejantes, etc.—Dos circunferencias cualesquiera son entre sí como sus radios o como sus diámetros.—La relación de la circunferencia al diámetro es constante.—La longitud de la circunferencia es igual al diámetro mul-



tiplicado por n.—Consecuencias.—Cárculo de n.—Método de los perímetros.—Superficies.—Valuación de las superficies.—Definiciones.—Area del rectángulo.—Definición.—Dos rectángulos de la misma altura son entre sí como sus bases.—Corolario.—Dos rectángulos cualesquiera son entre sí como los productos de las bases por las alturas.—El área de un rectángulo es igual al producto de su base por su altura, etc.—Area de un paralelógramo.—Teorema.—Corolario.—Escolios.

Superficie de la esfera. — Definiciones.—Cuando una recta y un eje están situados en un msimo plano, la superficie engendrada por la recta, al girar alrededor del eje, se obtiene, multiplicando la proyección de la recta sobre el eje por la circunferencia que tuviera por radio, la perpendicular levantada en la mitad de la generatriz y terminada en el eje.—Teorema de Arquímedes.—Area de la zona.—Area de la esfera.—Area del huso.

Papeleta 18.—Area del triángulo.—Teorema. Corolarios. — Escolio.—Area del trapecio.—Teorema. — Corolario.—Area de un polígono cualquiera.—Area de un polígono regular.—Escolios.—Area de un círculo.—El área de un círculo es igual a la mitad del producto de la circunferencia por el radio.—El área de un círculo es igual al cuadrado del radio multiplicado por el número n.—El área de un sector circular es igual a la mitad del producto de arco por el radio.—Escolio.—El área de un segmento circular es igual a la mitad del producto del radio por el exceso del arco del segmento so-

bre la mitad de la cuerda que corresponde al arco doble. — Relaciones métricas entre las áreas.—Razón de las áreas semejantes.— Teoremas.—Corolarios.—Escolio.—Relaciones entre las áreas expresadas por identidades de segundo grado.—Teoremas.—Idem de Pitágoras.

Volumen de la esfera.—Definiciones.—Si un triángulo gira alrededor de un eje trazado en su plano por uno de los vértices, el volumen engendrado es igual al tercio del producto de la superficie que describe el lado opuesto al vértice fijo por la altura que corresponde a este vértice.—Si un sector poligonal regular gira alrededor de un eje trazado en su plano por su centro, el volumen engendrado es igual al tercio del producto de la superficie que describe la línea poligonal por la apotema.—Volumen de un sector esférico.—Volumen de la esfera.

Papeleta 19.—Problema con relación a las áreas.—Area de un triángulo.—Area del triángulo equilátero en función del lado.—Area en función del radio del círculo circunscrito.—Area en función del radio del círculo inscrito.—Area en función del radio de uno de los círculos exinscritos.—Area de un triángulo en función de los tres lados.—Problemas gráficos.—Transformar un polígono dado en un triángulo equivalente.—Sobre una recta dada construir un rectángulo equivalente a un rectángulo dado.—Construir un rectángulo conociendo su superficie y la suma de sus lados.—Construir un cuadrado equivalente a una figu-



ra dada.—Construir un rectángulo conociendo su superficie y la diferencia de sus lados.—Hallar dos rectas que sean entre sí como dos rectángulos dados.—Hallar dos rectas que sean entre sí como dos cuadrados dados.—Construir un cuadrado que sea con un cuadrado dado en la relación de dos líneas dadas o de dos números dados.—Construir un cuadrado igual a la suma o diferencia de dos cuadrados dados.—Por una paralela a uno de los lados de un triángulo determinar un nuevo triángulo que esté en relación dada con el triángulo dado.

Volumen de una cuña esférica.—Una cuña esférica es a la esfera entera como el ángulo de esta cuña es a cuatro rectos.—Escolio.—Si un segmento circular gira alrededor de un diámetro exterior a este segmento, etc.—Escolios. Volumen del segmento.—Escolio.—Relaciones métricas entre los cuerpos redondos.—Teorema de Arquímedes.—Teorema de los tres cuerpos redondos.

Papeleta 20.—Elipse. — Definición. — Trazado.—Punto exterior e interior.—Simetría.—Círculo directo y su propiedad.—Encontrar los puntos de intersección de una recta con una elipse conociendo los focos y el círculo director.—Tangente y su propiedad.—¿De qué ángulo es bisectriz la normal?—Trazados de tangentes.—Círculo principal; sus propiedades.—Círculos descritos sobre los ejes.—Encontrar los puntos de intersección de una recta con una elipse de las que se conocen los ejes.—Area de la elipse.

Papeleta 21. — Hipérbola. — Definición.—

Trazado.—Punto exterior e interior.—Simetría.—Ejes.—Vértices.—Hipérbola equilátera. Propiedades del círculo diretor.—Encontrar los puntos de intersección de una recta con una hipérbola de al que se conocen los focos y un círculo director.—Tangente y su propiedad. ¿De qué ángulo es la normal bisectriz?—Trazado de tangentes.—Asíntotas.—Su número y demostrar que pasan por el punto o centro.—Describir una circunferencia que pase por dos puntos dados y que sea tangente a una recta dada.

Papeleta 22. — Parábola. — Definición.—Trazado de ella.—Punto exterior e interior.—Simetría.—Encontrar los puntos de intersección de una parábola con una recta dada.—Consecuencias.—Tangentes y sus propiedades.—¿De qué ángulo es la normal bisectriz?—Lugar de las proyecciones del foco sobre la tangente a la parábola.—La subtangente queda dividida en dos partes iguales por el vértice.—Subnormal.—Demostrar su igualdad al perímetro.—Trazado de las tangentes.—Area del segmento parabólico.—Tema fundamental para su demostración.

Papeleta 23.—Hélice.—Definición.—La ordenada y la abcisa curvilínea están en una relación constante.—¿A quién es igual la subtangente?—Por un punto de la curva trazar una tangente.—Las tangentes a la hélice forman con el plano de la base ángulos constantes.—Trazar la proyección de la hélice sobre un plano paralelo al eje de cilindro, y una tangente a un punto de la curva.—Determinar la

media proporcional de dos rectas dadas siguiendo varios procedimientos.—Verificación. Dividir una recta en media y extrema razón.—Expresar la longitud de la media razón en función de la recta dada.

